

7.3 Kräfte und Momente in Baugruppen



- **Kräfte**

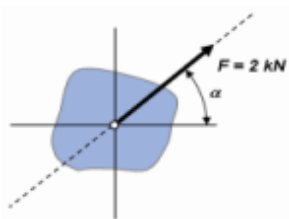
- Kräfte können nur anhand ihrer Wirkung erkannt und gemessen werden
- Kräfte sind vektorielle Größen
- zur **eindeutigen Bestimmung** sind demnach drei Angaben notwendig, nämlich Größe, Richtung und Angriffspunkt

- **Bestimmung von Kräften erfolgt durch:**

- Zahlenangaben (notwendig für analytische Lösungen) oder
- Zeichnerische Angaben (notwendig für zeichnerische Lösungen unter Verwendung von Kräfteplänen) oder
- gemischte Darstellungsform zur größeren Übersichtlichkeit und als anschauliches Hilfsmittel für Lösungsansätze.

- **graphischen Darstellung:**

- Größe einer Kraft wird durch die Zahlenangabe oder durch die Länge des Kraftpfeils unter Verwendung eines Kräftemaßstabes (z.B. 1cm Pfeillänge entspricht 1 kN) dargestellt
- Richtung einer Kraft wird durch die Pfeilspitze festgelegt
- Lage der Kraft wird durch den Angriffspunkt der Kraft oder durch die Gerade, in der der Kraftvektor liegt (Wirkungslinie), bestimmt

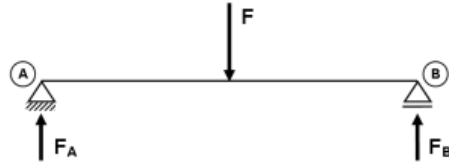


Kraft: F

Einheit: $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$



• **Kräftewirkung im Gleichgewicht**



Eine Kraft, die auf einen Körper einwirkt, bewirkt eine Bewegungsänderung des Körpers, an dem sie angreift, solange der Körper nicht durch eine andere Kraft im **Gleichgewicht** gehalten wird.

Für den Gleichgewichtszustand muss demnach noch mindestens eine zweite Kraft in der gleichen Wirkungslinie und der gleichen Größe, aber entgegengesetzter Richtung vorhanden sein.

$$F - F_A - F_B = 0$$

• **Kraftarten**



Bezeichnung	Darstellung	Beschreibung	Einheit
Punktkraft		Die Kraft greift an nur einem Punkt an. Idealisierte Kraftform, die sehr häufig Verwendung findet.	[kN]
Linienkraft		Kraft je Längeneinheit. Die Kräfte wirken entlang einer Linie. Idealisierte Kraftform, die sehr häufig Verwendung findet.	[kN/m]
Flächenkraft		Kraft je Flächeneinheit. Angriffspunkt der Kraft ist die Fläche. Für Berechnungen wird die Flächenkraft meist in eine Linienkraft umgeformt.	[kN/m ²]
Volumenkraft		Kraft je Volumeneinheit. Wirkt räumlich verteilt an allen Elementen eines Körpers infolge von Beschleunigungen.	[kN/m ³]

7.4 Kraftwandler

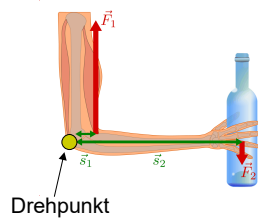


7.4.1 Hebel

Ein Hebel ist ein starrer, meist stabförmiger Körper, der sich um eine feste Achse drehen lässt (z.B. eine Wippe). Hebel werden beispielsweise dazu genutzt, um mit einer kleinen Kraft einen Körper mit großem Gewicht zu heben.



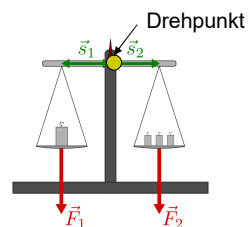
•Einseitiger Hebel



$$s_1 \cdot F_1 = s_2 \cdot F_2$$

-Drehpunkt liegt am Rand der Hebelstange
-alle wirkenden Kräfte und Strecken werden vom Drehpunkt betrachtet

•Zweiseitiger Hebel

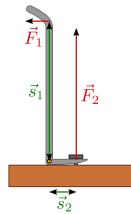


$$s_1 \cdot F_1 = s_2 \cdot F_2$$



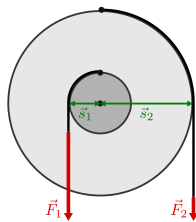


•Winkelhebel



- abhängig vom Drehpunkt, wirkt er als einseitiger oder zweiseitiger Hebel

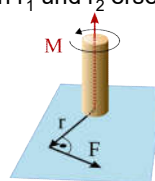
•Wellrad und Kurbel (Momente)



- besteht aus zwei verschiedenen großen und miteinander verbundenen Rädern
- jedes Rad wirkt mit einem Drehmoment M auf die Achse
- s_1 und s_2 kann durch r_1 und r_2 ersetzt werden

$$M = F \cdot r$$

$$\text{z.B. } M_1 = F_1 \cdot r_1$$



Beispiel:

Eine Kurbel mit einem Radius von $r_2 = 25 \text{ cm}$ wird mit einer Kraft von $F_2 = 100 \text{ N}$ angetrieben. Gesucht ist die Kraft vom Antriebsrad mit einem Radius von $r_1 = 50 \text{ mm}$.

$$r_1 \cdot F_1 = r_2 \cdot F_2$$

$$F_1 = \frac{r_2 \cdot F_2}{r_1}$$

$$F_1 = \frac{0,25 \text{ m} \cdot 100 \text{ N}}{0,05 \text{ m}}$$

$$F_1 = 500 \text{ N}$$





Beispiel:

Welche Kraft muss mindestens aufgewendet werden, um ein Körper mit einer Masse von 200 kg anzuheben, wenn ein einseitiger Hebel mit einer Länge von 120 cm zur Verfügung steht. Der Körper soll bei a) 5 cm b) 20 cm und c) 50 cm angesetzt werden.

$$\begin{aligned} F_1 &= m \cdot a \\ F_1 &= 200 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \\ F_1 &= 2000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2 \end{aligned}$$

$$s_1 \cdot F_1 = s_2 \cdot F_2$$

$$F_2 = \frac{s_1 \cdot F_1}{s_2}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } F_2 &= \frac{0,05 \text{ m} \cdot 2000 \text{ N}}{1,2 \text{ m}} \\ F_2 &= 83,33 \text{ N} \end{aligned}$$

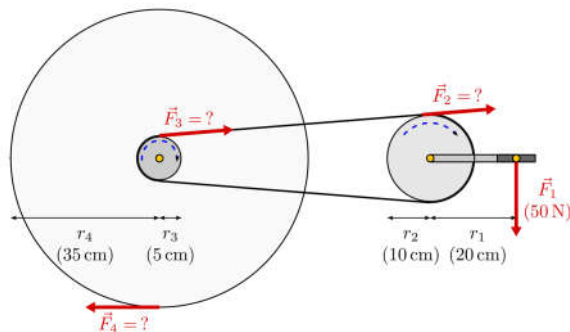
$$\begin{aligned} \text{b) } F_2 &= \frac{0,2 \text{ m} \cdot 2000 \text{ N}}{1,2 \text{ m}} \\ F_2 &= 333,33 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } F_2 &= \frac{0,5 \text{ m} \cdot 2000 \text{ N}}{1,2 \text{ m}} \\ F_2 &= 833,33 \text{ N} \end{aligned}$$



Beispiel:

An einem Fahrrad wird die Kraft von den Pedalen mittels dem Pedal und der Kurbel, dem vorderen Zahnrad, der Kette und schließlich dem hinteren Zahnrad auf das Hinterrad übertragen. Wie groß ist die auf ein Hinterrad mit einem Radius von $r_4 = 35 \text{ cm}$ wirkende Kraft F_4 , wenn der Radfahrers auf eine $r_1 = 20 \text{ cm}$ lange Kurbel eine senkrechte Kraft von $F_1 = 50 \text{ N}$ ausübt, der Umfang des vorderen Zahnkranz einen Radius von $r_2 = 10 \text{ cm}$ und der hintere Zahnkranz einen Radius von $r_3 = 5 \text{ cm}$ hat?





$$M_1 = F_1 \cdot r_1 = 50 \text{ N} \cdot 0,2 \text{ m} = 10 \text{ Nm}$$

$$M_1 = M_2 \Leftrightarrow F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2$$

$$\Rightarrow F_2 = \frac{r_1}{r_2} \cdot F_1 = \frac{0,2 \text{ m}}{0,1 \text{ m}} \cdot 50 \text{ N} = 100 \text{ N}$$

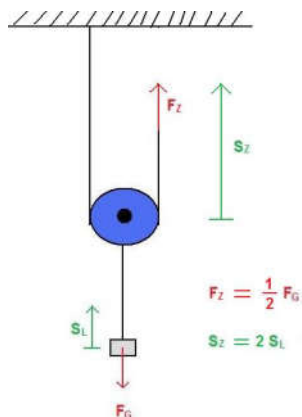
$$F_2 = F_3 = 100 \text{ N}$$

$$M_3 = F_3 \cdot r_3 = 100 \text{ N} \cdot 0,05 \text{ m} = 5 \text{ Nm}$$

$$M_3 = M_4 \Leftrightarrow F_3 \cdot r_3 = F_4 \cdot r_4$$

$$\Rightarrow F_4 = \frac{r_3}{r_4} \cdot F_3 = \frac{0,05 \text{ m}}{0,35 \text{ m}} \cdot 100 \text{ N} \approx 14,3 \text{ N}$$

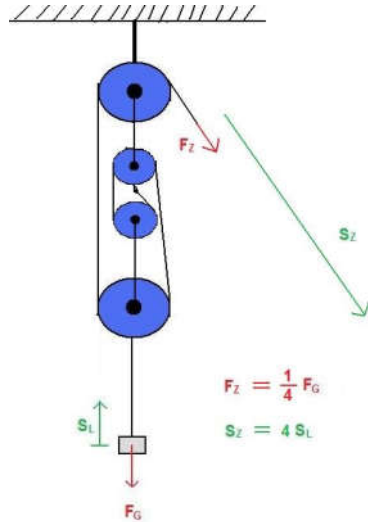
7.4.2 Lose Rolle



$$s_L \cdot F_G = s_Z \cdot F_Z$$

- das Seil muss den doppelten Weg zurücklegen
- die benötigte Kraft F_Z ist die Hälfte der Gewichtskraft F_G

• Der Flaschenzug



- ein Flaschenzug ist die Kombination von mehreren Losen und festen Rollen
- je nach Anzahl der losen Rollen wird die Kraft F_Z reduziert und der Weg des Seils wird länger

$$F_Z = \frac{1}{4} F_G$$

$$s_Z = 4 s_L$$



Beispiel:

Von einem Flaschenzug mit 8 Rollen wird eine Last mit einer Masse von 250 kg um eine Strecke s_L von 12 m gehoben. Die mitzuhebenden Rollen erhöhen die Gewichtskraft um 300 N. Die Reibung erhöht die erforderliche Zugkraft um 10%. Berechne die notwendige Zugkraft F_Z zum Heben der Last und die Zugstrecke s_Z .

Anzahl der losen Rollen: 4

$$F_G = m \cdot g + F_{GR}$$

$$F_G = 250 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 + 300 \text{ N}$$

$$F_G = 2800 \text{ N}$$

$$s_Z = 16 \cdot s_L$$

$$s_Z = 16 \cdot 12 \text{ m}$$

$$s_Z = 192 \text{ m}$$

$$F_Z = F_G / 16 + F_R$$

$$F_Z = F_G / 16 + F_Z \cdot 10 \%$$

$$F_Z = 2800 \text{ N} / 16 + F_Z \cdot 10/100$$

$$F_Z = 192,5 \text{ N}$$

